AZ ELEKTRODINAMIKAI PARTÍCIÓS FÜGGVÉNY MODULARITÁSA ÉS AZ S-DUALITÁSI SEJTÉS

Nagy Ákos
I. éves matematikus MSc hallgató

Témavezető: Etesi Gábor

TDK előadás

2010. november 17.

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Természettudományi Kar

Fizikai

- Kvantum Yang–Mills-elméletek tanulmányozása görbült háttéren.
- Az S-dualitás vizsgálata a kvantumelektrodinamikában.

Matematikai

- Végtelen dimenziós Feynman-integrálok számolása.
- Partíciós függvények moduláris tulajdonságainak megértése.

Fizikai

- Kvantum Yang–Mills-elméletek tanulmányozása görbült háttéren.
- Az S-dualitás vizsgálata a kvantumelektrodinamikában.

Matematikai

- Végtelen dimenziós Feynman-integrálok számolása.
- Partíciós függvények moduláris tulajdonságainak megértése.

Fizikai

- Kvantum Yang–Mills-elméletek tanulmányozása görbült háttéren.
- Az S-dualitás vizsgálata a kvantumelektrodinamikában.

Matematikai

- Végtelen dimenziós Feynman-integrálok számolása.
- Partíciós függvények moduláris tulajdonságainak megértése.

Fizikai

- Kvantum Yang–Mills-elméletek tanulmányozása görbült háttéren.
- Az S-dualitás vizsgálata a kvantumelektrodinamikában.

Matematikai

- Végtelen dimenziós Feynman-integrálok számolása.
- Partíciós függvények moduláris tulajdonságainak megértése.

U(1) Yang–Mills-elmélet

- Az elektrodinamika Maxwell-elmélete.
- θ-taggal bővített klasszikus elmélet egy Riemann 4-sokaságon:

$$S(\nabla_L, e, \theta) = -\frac{1}{2e^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge * F_{\nabla_L} + \frac{\theta \mathbf{i}}{16\pi^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge F_{\nabla_L}$$

ahol L egy komplex U(1) vonalnyaláb M felett,
∇_L U(1) konnexió L-en (a Yang–Mills-mező),
F_{∇_L} a konnexió görbülete.

- Általánosított komplex csatolási állandó:

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + \mathbf{i}\frac{4\pi}{e^2} \in \mathbb{C}_+$$

- Kvantumelméletet jól jellemzi partíciós függvénye:

$$Z(M, g, \tau) = \int_{[\nabla]} e^{-S(\nabla, \tau)} D\nabla$$

U(1) Yang–Mills-elmélet

- Az elektrodinamika Maxwell-elmélete.
- θ-taggal bővített klasszikus elmélet egy Riemann 4-sokaságon:

$$S(\nabla_L, e, \theta) = -\frac{1}{2e^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge * F_{\nabla_L} + \frac{\theta \mathbf{i}}{16\pi^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge F_{\nabla_L}$$

ahol L egy komplex U(1) vonalnyaláb M felett,
∇_L U(1) konnexió L-en (a Yang–Mills-mező),
F_{∇_L} a konnexió görbülete.

- Általánosított komplex csatolási állandó:

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + \mathbf{i}\frac{4\pi}{e^2} \in \mathbb{C}_+$$

- Kvantumelméletet jól jellemzi partíciós függvénye:

$$Z(M, g, \tau) = \int_{[\nabla]} e^{-S(\nabla,\tau)} D\nabla$$

- Az elektrodinamika Maxwell-elmélete.
- θ-taggal bővített klasszikus elmélet egy Riemann 4-sokaságon:

$$S(\nabla_L, e, \theta) = -\frac{1}{2e^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge * F_{\nabla_L} + \frac{\theta \mathbf{i}}{16\pi^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge F_{\nabla_L}$$

ahol L egy komplex U(1) vonalnyaláb M felett,
∇_L U(1) konnexió L-en (a Yang–Mills-mező),
F_{∇_L} a konnexió görbülete.

- Általánosított komplex csatolási állandó:

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + \mathbf{i}\frac{4\pi}{e^2} \in \mathbb{C}_+$$

- Kvantumelméletet jól jellemzi partíciós függvénye:

$$Z(M, g, \tau) = \int_{[\nabla]} e^{-S(\nabla, \tau)} D\nabla$$

- Az elektrodinamika Maxwell-elmélete.
- θ-taggal bővített klasszikus elmélet egy Riemann 4-sokaságon:

$$S(\nabla_L, e, \theta) = -\frac{1}{2e^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge * F_{\nabla_L} + \frac{\theta \mathbf{i}}{16\pi^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge F_{\nabla_L}$$

ahol L egy komplex U(1) vonalnyaláb M felett,
∇_L U(1) konnexió L-en (a Yang–Mills-mező),
F_{∇_L} a konnexió görbülete.

- Általánosított komplex csatolási állandó:

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + \mathbf{i}\frac{4\pi}{e^2} \in \mathbb{C}_+$$

- Kvantumelméletet jól jellemzi partíciós függvénye:

$$Z(M, g, \tau) = \int_{[\nabla]} e^{-S(\nabla, \tau)} D\nabla$$

- Az elektrodinamika Maxwell-elmélete.
- θ-taggal bővített klasszikus elmélet egy Riemann 4-sokaságon:

$$S(\nabla_L, e, \theta) = -\frac{1}{2e^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge * F_{\nabla_L} + \frac{\theta \mathbf{i}}{16\pi^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge F_{\nabla_L}$$

ahol L egy komplex U(1) vonalnyaláb M felett,
∇_L U(1) konnexió L-en (a Yang–Mills-mező),
F_{∇_L} a konnexió görbülete.

- Általánosított komplex csatolási állandó:

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + \mathbf{i}\frac{4\pi}{e^2} \in \mathbb{C}_+$$

- Kvantumelméletet jól jellemzi partíciós függvénye:

$$Z(M, g, \tau) = \int_{\{\nabla\}} e^{-S(\nabla,\tau)} D\nabla$$

- Az elektrodinamika Maxwell-elmélete.
- θ-taggal bővített klasszikus elmélet egy Riemann 4-sokaságon:

$$S(\nabla_L, e, \theta) = -\frac{1}{2e^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge * F_{\nabla_L} + \frac{\theta \mathbf{i}}{16\pi^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge F_{\nabla_L}$$

ahol L egy komplex U(1) vonalnyaláb M felett,
∇_L U(1) konnexió L-en (a Yang–Mills-mező),
F_{∇_L} a konnexió görbülete.

- Általánosított komplex csatolási állandó:

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + \mathbf{i}\frac{4\pi}{e^2} \in \mathbb{C}_+$$

- Kvantumelméletet jól jellemzi partíciós függvénye:

$$Z(M, g, \tau) = \int_{\{\nabla\}} e^{-S(\nabla, \tau)} D\nabla$$

- Az elektrodinamika Maxwell-elmélete.
- θ-taggal bővített klasszikus elmélet egy Riemann 4-sokaságon:

$$S(\nabla_L, e, \theta) = -\frac{1}{2e^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge * F_{\nabla_L} + \frac{\theta \mathbf{i}}{16\pi^2}\int_M F_{\nabla_L} \wedge F_{\nabla_L}$$

ahol L egy komplex U(1) vonalnyaláb M felett,
∇_L U(1) konnexió L-en (a Yang–Mills-mező),
F_{∇_L} a konnexió görbülete.

- Általánosított komplex csatolási állandó:

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + \mathbf{i}\frac{4\pi}{e^2} \in \mathbb{C}_+$$

- Kvantumelméletet jól jellemzi partíciós függvénye:

$$Z(M, g, \tau) = \int_{\{\nabla\}} e^{-S(\nabla, \tau)} D\nabla$$

S-dualitás a kvantumelektrodinamikában

- τ szuperszimmetrikus elméletekben jól definiált.
- Sejtés (Montonen–Olive & Olive–Witten (1977-78)):

$$Z\left(M,g,\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right)=Z(M,g,\tau) \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\in \mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$$

  vagyis Z *moduláris függvénye* τ-nak.
- Elég a hatás két generátorát vizsgálni:

$$T:\tau\mapsto\tau+1 \qquad S:\tau\mapsto\frac{-1}{\tau}$$

- Az S-dualitás érdekesebb fizikailag: gyenge és erős csatolású elméletek ekvivalenciája (elektromos-mágneses dualitás).
- **E. Witten:** *On S-duality in Abelian gauge theory* (1995)

- τ szuperszimmetrikus elméletekben jól definiált.
- Sejtés (Montonen–Olive & Olive–Witten (1977-78)):

$$Z\left(M,g,\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right)=Z(M,g,\tau) \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$$

vagyis Z *moduláris függvénye* τ-nak.

- Elég a hatás két generátorát vizsgálni:

$$T:\tau\mapsto\tau+1 \qquad S:\tau\mapsto\frac{-1}{\tau}$$

- Az S-dualitás érdekesebb fizikailag: gyenge és erős csatolású elméletek ekvivalenciája (elektromos-mágneses dualitás).
- **E. Witten:** *On S-duality in Abelian gauge theory* (1995)

- τ szuperszimmetrikus elméletekben jól definiált.
- Sejtés (Montonen–Olive & Olive–Witten (1977-78)):

$$Z\left(M,g,\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right)=Z(M,g,\tau) \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\in \mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$$

vagyis Z *moduláris függvénye* τ-nak.

- Elég a hatás két generátorát vizsgálni:

$$T:\tau\mapsto\tau+1 \qquad S:\tau\mapsto\frac{-1}{\tau}$$

- Az S-dualitás érdekesebb fizikailag: gyenge és erős csatolású elméletek ekvivalenciája (elektromos-mágneses dualitás).
- **E. Witten:** *On S-duality in Abelian gauge theory* (1995)

- τ szuperszimmetrikus elméletekben jól definiált.
- Sejtés (Montonen–Olive & Olive–Witten (1977-78)):

$$Z\left(M,g,\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right)=Z(M,g,\tau) \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\in \mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$$

  vagyis Z *moduláris függvénye* τ-nak.
- Elég a hatás két generátorát vizsgálni:

$$T:\tau\mapsto\tau+1 \qquad S:\tau\mapsto\frac{-1}{\tau}$$

- Az S-dualitás érdekesebb fizikailag: gyenge és erős csatolású elméletek ekvivalenciája (elektromos-mágneses dualitás).
- **E. Witten:** *On S-duality in Abelian gauge theory* (1995)

- τ szuperszimmetrikus elméletekben jól definiált.
- Sejtés (Montonen–Olive & Olive–Witten (1977-78)):

$$Z\left(M, g, \frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right) = Z(M,g,\tau) \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$$

  vagyis Z *moduláris függvénye* τ-nak.
- Elég a hatás két generátorát vizsgálni:

$$T:\tau \mapsto \tau+1 \qquad S:\tau\mapsto \frac{-1}{\tau}$$

- Az S-dualitás érdekesebb fizikailag: gyenge és erős csatolású elméletek ekvivalenciája (elektromos-mágneses dualitás).
- **E. Witten:** *On S-duality in Abelian gauge theory* (1995)

- τ szuperszimmetrikus elméletekben jól definiált.
- Sejtés (Montonen–Olive & Olive–Witten (1977-78)):

$$Z\left(M, g, \frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right) = Z(M, g, \tau) \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$$

vagyis Z *moduláris függvénye* τ-nak.

- Elég a hatás két generátorát vizsgálni:

$$T : \tau \mapsto \tau + 1 \qquad S : \tau \mapsto \frac{-1}{\tau}$$

- Az S-dualitás érdekesebb fizikailag: gyenge és erős csatolású elméletek ekvivalenciája (elektromos-mágneses dualitás).
- **E. Witten:** *On S-duality in Abelian gauge theory* (1995)

(M, g) legyen

- egyszeresen összefüggő:

$$\pi_1(M) = \{1\},$$

- zárt, azaz kompakt és perem nélküli ($\partial M = \emptyset$),
- 4 dimenziós Riemann-sokaság.

(M, g) legyen

- egyszeresen összefüggő:

$$\pi_1(M) = \{1\},$$

- zárt, azaz kompakt és perem nélküli ($\partial M = \emptyset$),
- 4 dimenziós Riemann-sokaság.

A sokaság

(M,g) legyen

- egyszeresen összefüggő:
$$\pi_1(M)=\{1\},$$
- zárt, azaz kompakt és perem nélküli ($\partial M=\emptyset$),
- 4 dimenziós Riemann-sokaság.

"Integrál az összes lehetséges mezőkonfigurációra."

- A komplex vonalnyalábokat $H^2(M;\mathbb{Z})$ osztályozza, az első Chern-osztállyal:

$$L \longleftrightarrow c_1(L) \in H^2(M;\mathbb{Z})$$

- B_L: az L nyaláb véges hatású konnexióinak gauge-ekvivalencia-osztályai.

A partíciós függvény definíciója

$$Z(M,g,\tau) = \sum_{L \in H^2(M;\mathbb{Z})} \int_{B_L} e^{-S([\nabla_L],\tau)} D[\nabla_L]$$

"Integrál az összes lehetséges mezőkonfigurációra."

- A komplex vonalnyalábokat $H^2(M;\mathbb{Z})$ osztályozza, az első Chern-osztállyal:

$$L \longleftrightarrow c_1(L) \in H^2(M;\mathbb{Z})$$

- B_L: az L nyaláb véges hatású konnexióinak gauge-ekvivalencia-osztályai.

A partíciós függvény definíciója

$$Z(M,g,\tau) = \sum_{L \in H^2(M;\mathbb{Z})} \int_{B_L} e^{-S([\nabla_L],\tau)} D[\nabla_L]$$

"Integrál az összes lehetséges mezőkonfigurációra."

- A komplex vonalnyalábokat $H^2(M;\mathbb{Z})$ osztályozza, az első Chern-osztállyal:

$$L \longleftrightarrow c_1(L) \in H^2(M;\mathbb{Z})$$

- B_L: az L nyaláb véges hatású konnexióinak gauge-ekvivalencia-osztályai.

A partíciós függvény definíciója

$$Z(M,g,\tau) = \sum_{L\in H^2(M;\mathbb{Z})} \int_{B_L} e^{-S([\nabla_L],\tau)} D[\nabla_L]$$

"Integrál az összes lehetséges mezőkonfigurációra."

- A komplex vonalnyalábokat $H^2(M;\mathbb{Z})$ osztályozza, az első Chern-osztállyal:

$$L \longleftrightarrow c_1(L) \in H^2(M;\mathbb{Z})$$

- B_L: az L nyaláb véges hatású konnexióinak gauge-ekvivalencia-osztályai.

A partíciós függvény definíciója

$$Z(M,g,\tau) = \sum_{L \in H^2(M;\mathbb{Z})} \int_{B_L} e^{-S([\nabla_L],\tau)} D[\nabla_L]$$

Zárt, egyszeresen összefüggő, Riemann 4-sokaságon:

- Minden $L \in H^2(M;\mathbb{Z})$ nyalábon pontosan egy véges hatású klasszikus megoldása van a Maxwell-egyenleteknek:

$$\nabla_L^0$$

- L minden véges hatású U(1)-konnexiója

$$\nabla_L = \nabla_L^0 + \mathrm{i}a \qquad \left(a \in L_1^2(M;\wedge^1 M)\right)$$

- Mindig egyértelműen vehető a $\delta a = 0$ *Coulomb-gauge*.
- A hatás felbomlik:

$$S(\nabla_L,\tau) = S(\nabla_L^0,\tau) + \frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle$$

- A triviális nyaláb U(1)-konnexióinak modulustere:

$$B_{L_0} \cong \mathrm{Ker}(\Delta_0)^{\perp} \oplus \left(\mathrm{Ker}(\Delta_1)^{\perp} \cap \mathrm{Ker}(\delta)\right)$$

Zárt, egyszeresen összefüggő, Riemann 4-sokaságon:

- Minden $L \in H^2(M;\mathbb{Z})$ nyalábon pontosan egy véges hatású klasszikus megoldása van a Maxwell-egyenleteknek:

$$\nabla_L^0$$

- L minden véges hatású U(1)-konnexiója

$$\nabla_L = \nabla_L^0 + \mathbf{i}a \qquad \left(a \in L_1^2(M;\wedge^1 M)\right)$$

- Mindig egyértelműen vehető a $\delta a = 0$ *Coulomb-gauge.*
- A hatás felbomlik:

$$S(\nabla_L,\tau) = S(\nabla_L^0,\tau) + \frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle$$

- A triviális nyaláb U(1)-konnexióinak modulustere:

$$B_{L_0} \cong \mathrm{Ker}(\Delta_0)^\perp \oplus \left(\mathrm{Ker}(\Delta_1)^\perp \cap \mathrm{Ker}(\delta)\right)$$

Zárt, egyszeresen összefüggő, Riemann 4-sokaságon:

- Minden $L \in H^2(M;\mathbb{Z})$ nyalábon pontosan egy véges hatású klasszikus megoldása van a Maxwell-egyenleteknek:

$$\nabla_L^0$$

- L minden véges hatású U(1)-konnexiója

$$\nabla_L = \nabla_L^0 + \mathbf{i}a \qquad \left(a \in L_1^2(M;\wedge^1 M)\right)$$

- Mindig egyértelműen vehető a $\delta a = 0$ *Coulomb-gauge*.
- A hatás felbomlik:

$$S(\nabla_L,\tau) = S(\nabla_L^0,\tau) + \frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle$$

- A triviális nyaláb U(1)-konnexióinak modulustere:

$$B_{L_0} \cong \mathrm{Ker}(\Delta_0)^\perp \oplus \left(\mathrm{Ker}(\Delta_1)^\perp \cap \mathrm{Ker}(\delta)\right)$$

Zárt, egyszeresen összefüggő, Riemann 4-sokaságon:

- Minden $L \in H^2(M;\mathbb{Z})$ nyalábon pontosan egy véges hatású klasszikus megoldása van a Maxwell-egyenleteknek:

$$\nabla_L^0$$

- L minden véges hatású U(1)-konnexiója

$$\nabla_L = \nabla_L^0 + \mathbf{i}a \qquad \left(a \in L_1^2(M;\wedge^1 M)\right)$$

- Mindig egyértelműen vehető a $\delta a = 0$ *Coulomb-gauge*.
- A hatás felbomlik:

$$S(\nabla_L,\tau) = S(\nabla_L^0,\tau) + \frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle$$

- A triviális nyaláb U(1)-konnexióinak modulustere:

$$B_{L_0} \cong \mathrm{Ker}(\Delta_0)^\perp \oplus \left(\mathrm{Ker}(\Delta_1)^\perp \cap \mathrm{Ker}(\delta)\right)$$

Zárt, egyszeresen összefüggő, Riemann 4-sokaságon:

- Minden $L \in H^2(M;\mathbb{Z})$ nyalábon pontosan egy véges hatású klasszikus megoldása van a Maxwell-egyenleteknek:

$$\nabla_L^0$$

- L minden véges hatású U(1)-konnexiója

$$\nabla_L = \nabla_L^0 + \mathbf{i}a \qquad \left(a \in L_1^2(M;\wedge^1 M)\right)$$

- Mindig egyértelműen vehető a $\delta a = 0$ *Coulomb-gauge*.
- A hatás felbomlik:

$$S(\nabla_L,\tau) = S(\nabla_L^0,\tau) + \frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle$$

- A triviális nyaláb U(1)-konnexióinak modulustere:

$$B_{L_0} \cong \mathrm{Ker}(\Delta_0)^{\perp} \oplus \left(\mathrm{Ker}(\Delta_1)^{\perp} \cap \mathrm{Ker}(\delta)\right)$$

- A nyalábokra való szummázás után:

$$Z(M,g,\tau)=\vartheta(\tau)^{b^+}\vartheta(-\overline{\tau})^{b^-}\triangle_{FP}\int\limits_{B_{\mathbf{L_0}}} e^{-\frac{\mathbf{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle}Da$$

- $\vartheta(\tau)=\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} e^{i\pi\tau n^2}$ a Jacobi ϑ-függvény, melyre:

$$\vartheta(\tau+2)=\vartheta(\tau) \quad \& \quad \vartheta(-1/\tau)=(\tau/\mathbf{i})^{\frac{1}{2}}\vartheta(\tau)$$

- $b^+ + b^- = b^2$.
- $\triangle_{FP}=\det{}'(\Delta_0)$ a *Faddeev–Popov-determináns.*
- Marad egy végtelen dimenziós Hilbert-tér feletti Gauss-integrál:

$$\int\limits_{B_{\mathbf{L_0}}} e^{-\frac{\mathbf{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle}Da$$

- A nyalábokra való szummázás után:

$$Z(M,g,\tau) = \vartheta(\tau)^{b^+}\vartheta(-\overline{\tau})^{b^-}\triangle_{FP}\int\limits_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da$$

- $\vartheta(\tau) = \sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} e^{i\pi\tau n^2}$ a Jacobi ϑ-függvény, melyre:

$$\vartheta(\tau+2) = \vartheta(\tau) \quad \& \quad \vartheta(-1/\tau) = (\tau/\mathbf{i})^{\frac{1}{2}}\vartheta(\tau)$$

- $b^+ + b^- = b^2$.
- $\triangle_{FP} = \det'(\Delta_0)$ a *Faddeev–Popov-determináns.*
- Marad egy végtelen dimenziós Hilbert-tér feletti Gauss-integrál:

$$\int\limits_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da$$

- A nyalábokra való szummázás után:

$$Z(M,g,\tau)=\vartheta(\tau)^{b^+}\vartheta(-\overline{\tau})^{b^-}\triangle_{FP}\int_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle}Da$$

- $\vartheta(\tau)=\sum_{n\in\mathbb{Z}} e^{i\pi\tau n^2}$ a Jacobi ϑ-függvény, melyre:

$$\vartheta(\tau+2)=\vartheta(\tau) \quad \& \quad \vartheta(-1/\tau)=(\tau/\mathbf{i})^{\frac{1}{2}}\vartheta(\tau)$$

- $b^+ + b^- = b^2$.
- $\triangle_{FP}=\det'(\Delta_0)$ a *Faddeev–Popov-determináns.*
- Marad egy végtelen dimenziós Hilbert-tér feletti Gauss-integrál:

$$\int_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle}Da$$

- A nyalábokra való szummázás után:

$$Z(M,g,\tau)=\vartheta(\tau)^{b^+}\vartheta(-\overline{\tau})^{b^-}\triangle_{FP}\int_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da$$

- $\vartheta(\tau)=\sum_{n\in\mathbb{Z}} e^{i\pi\tau n^2}$ a Jacobi ϑ-függvény, melyre:

$$\vartheta(\tau+2)=\vartheta(\tau) \quad \& \quad \vartheta(-1/\tau)=(\tau/\mathbf{i})^{\frac{1}{2}}\vartheta(\tau)$$

- $b^+ + b^- = b^2$.
- $\triangle_{FP}=\det'(\Delta_0)$ a *Faddeev–Popov-determináns.*
- Marad egy végtelen dimenziós Hilbert-tér feletti Gauss-integrál:

$$\int_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da$$

$$B_{L_0}\cong \mathrm{Ker}(\Delta_0)^{\perp}\oplus(\mathrm{Ker}(\Delta_1)^{\perp}\cap\mathrm{Ker}(\delta))$$

- A nyalábokra való szummázás után:

$$Z(M,g,\tau) = \vartheta(\tau)^{b^+}\vartheta(-\overline{\tau})^{b^-}\triangle_{FP}\int\limits_{B_{\mathbf{L_0}}} e^{-\frac{\mathbf{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da$$

- $\vartheta(\tau) = \sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} e^{i\pi\tau n^2}$ a Jacobi ϑ-függvény, melyre:

$$\vartheta(\tau+2) = \vartheta(\tau) \quad \& \quad \vartheta(-1/\tau) = (\tau/\mathbf{i})^{\frac{1}{2}}\vartheta(\tau)$$

- $b^+ + b^- = b^2$.
- $\triangle_{FP} = \det'(\Delta_0)$ a *Faddeev–Popov-determináns.*
- Marad egy végtelen dimenziós Hilbert-tér feletti Gauss-integrál:

$$\int\limits_{B_{\mathbf{L_0}}} e^{-\frac{\mathbf{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da$$

$$B_{L_0} \cong \mathrm{Ker}(\Delta_0)^\perp \oplus \left(\mathrm{Ker}(\Delta_1)^\perp \cap \mathrm{Ker}(\delta)\right)$$

- A nyalábokra való szummázás után:

$$Z(M,g,\tau) = \vartheta(\tau)^{b^+}\vartheta(-\overline{\tau})^{b^-}\triangle_{FP}\int\limits_{B_{\mathbf{L_0}}} e^{-\frac{\mathbf{Im}(\tau)}{\mathbf{8}\pi^{\mathbf{2}}}\langle a|\Delta_{\mathbf{1}}a\rangle} Da$$

- $\vartheta(\tau) = \sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} e^{i\pi\tau n^{\mathbf{2}}}$ a Jacobi ϑ-függvény, melyre:

$$\vartheta(\tau+2) = \vartheta(\tau) \quad \& \quad \vartheta(-1/\tau) = (\tau/\mathbf{i})^{\frac{1}{2}}\vartheta(\tau)$$

- $b^+ + b^- = b^2$.
- $\triangle_{FP} = \det'(\Delta_0)$ a *Faddeev–Popov-determináns.*
- Marad egy végtelen dimenziós Hilbert-tér feletti Gauss-integrál:

$$\int\limits_{B_{\mathbf{L_0}}} e^{-\frac{\mathbf{Im}(\tau)}{\mathbf{8}\pi^{\mathbf{2}}}\langle a|\Delta_{\mathbf{1}}a\rangle} Da$$

$$B_{L_0} \cong \mathrm{Ker}(\Delta_0)^{\perp} \oplus (\mathrm{Ker}(\Delta_1)^{\perp} \cap \mathrm{Ker}(\delta))$$

$\Delta : H \to H$ pozitív operátor ζ-függvénye :

- $\zeta_\Delta(s) := \sum_{\lambda \in \mathrm{Spec}(\Delta) - \{0\}} \frac{m(\lambda)}{\lambda^s}$
- $\mathrm{rk}'(\Delta) := \zeta_\Delta(0)$ és $\det{}'(\Delta) := e^{-\zeta'_\Delta(0)}$.

Gauss-integrál

$$\int_H e^{-\langle x|\Delta x\rangle} Dx := \pi^{\frac{\mathrm{rk}'(\Delta)}{2}} \frac{1}{\sqrt{\det{}'(\Delta)}}$$

Megjegyzés: Ez a definíció Laplace-típusú operátorokra mindig értelmes.

$\Delta : H \to H$ pozitív operátor ζ-függvénye :

- $\zeta_\Delta(s) := \sum_{\lambda \in \mathrm{Spec}(\Delta) - \{0\}} \frac{m(\lambda)}{\lambda^s}$
- $\mathrm{rk}'(\Delta) := \zeta_\Delta(0)$ és $\det{}'(\Delta) := e^{-\zeta'_\Delta(0)}$.

Gauss-integrál

$$\int_H e^{-\langle x|\Delta x\rangle} Dx := \pi^{\frac{\mathrm{rk}'(\Delta)}{2}} \frac{1}{\sqrt{\det{}'(\Delta)}}$$

Megjegyzés: Ez a definíció Laplace-típusú operátorokra mindig értelmes.

$\Delta : H \to H$ pozitív operátor ζ-függvénye :

- $\zeta_\Delta(s) := \sum_{\lambda \in \mathrm{Spec}(\Delta) - \{0\}} \frac{m(\lambda)}{\lambda^s}$
- $\mathrm{rk}'(\Delta) := \zeta_\Delta(0)$ és $\det{}'(\Delta) := e^{-\zeta'_\Delta(0)}$.

Gauss-integrál

$$\int_H e^{-\langle x | \Delta x \rangle} Dx := \pi^{\frac{\mathrm{rk}'(\Delta)}{2}} \frac{1}{\sqrt{\det{}'(\Delta)}}$$

Megjegyzés: Ez a definíció Laplace-típusú operátorokra mindig értelmes.

$\Delta : H \to H$ pozitív operátor ζ-függvénye :

- $\zeta_\Delta(s) := \sum_{\lambda \in \mathrm{Spec}(\Delta) - \{0\}} \frac{m(\lambda)}{\lambda^s}$
- $\mathrm{rk}'(\Delta) := \zeta_\Delta(0)$ és $\det{}'(\Delta) := e^{-\zeta'_\Delta(0)}$.

Gauss-integrál

$$\int_H e^{-\langle x | \Delta x \rangle} Dx := \pi^{\frac{\mathrm{rk}'(\Delta)}{2}} \frac{1}{\sqrt{\det{}'(\Delta)}}$$

Megjegyzés: Ez a definíció Laplace-típusú operátorokra mindig értelmes.

$\Delta : H \to H$ pozitív operátor ζ-függvénye :

- $\zeta_\Delta(s) := \sum_{\lambda \in \mathrm{Spec}(\Delta) - \{0\}} \frac{m(\lambda)}{\lambda^s}$
- $\mathrm{rk}'(\Delta) := \zeta_\Delta(0)$ és $\det{}'(\Delta) := e^{-\zeta'_\Delta(0)}$.

Gauss-integrál

$$\int_H e^{-\langle x | \Delta x \rangle} Dx := \pi^{\frac{\mathrm{rk}'(\Delta)}{2}} \frac{1}{\sqrt{\det{}'(\Delta)}}$$

Megjegyzés: Ez a definíció Laplace-típusú operátorokra mindig értelmes.

Következmény:

$$\int_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da = \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{-\frac{1}{2}\zeta_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)} e^{-\frac{1}{2}\zeta'_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)}$$

- A determináns nem befolyásolja a τ-függést.
- $\zeta_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)$ direkt módon nehezen számolható.

Következmény:

$$\int_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da = \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{-\frac{1}{2}\zeta_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)} e^{-\frac{1}{2}\zeta'_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)}$$

- A determináns nem befolyásolja a τ-függést.
- $\zeta_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)$ direkt módon nehezen számolható.

Következmény:

$$\int\limits_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da = \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{-\frac{1}{2}\zeta_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)} e^{-\frac{1}{2}\zeta'_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)}$$

- A determináns nem befolyásolja a τ-függést.
- $\zeta_{\Delta_1|_{B_{L_0}}}(0)$ direkt módon nehezen számolható.

Tétel (Rosenberg)

$$\zeta_{\Delta_k}(0) = -b^k + \frac{1}{16\pi^2}\int_M \mathrm{tr}(u_4^k)\,\mathrm{d}V$$

ahol

$$\mathrm{tr}(e^{-t\Delta_k}) \sim \frac{1}{16\pi^2 t^2}\sum_{n\in\mathbb{N}} t^{\frac{n}{2}}\int_M \mathrm{tr}(u_n^k)\,\mathrm{d}V \quad (t\to 0)$$

Tétel (Gilkey)

$\forall k \in \mathbb{N} : \exists a_k, b_k, c_k \in \mathbb{R}:$

$$\mathrm{tr}(u_4^k) = a_k|R|^2 + b_k|r|^2 + c_k s^2$$

Tétel (Rosenberg)

$$\zeta_{\Delta_k}(0) = -b^k + \frac{1}{16\pi^2}\int_M \mathrm{tr}(u_4^k)\mathrm{d}V$$

ahol

$$\mathrm{tr}(e^{-t\Delta_k}) \sim \frac{1}{16\pi^2 t^2}\sum_{n\in\mathbb{N}} t^{\frac{n}{2}}\int_M \mathrm{tr}(u_n^k)\mathrm{d}V \quad (t\to 0)$$

Tétel (Gilkey)

$\forall k \in \mathbb{N} : \exists a_k, b_k, c_k \in \mathbb{R}$:

$$\mathrm{tr}(u_4^k) = a_k|R|^2 + b_k|r|^2 + c_k s^2$$

Lemma (Etesi, Nagy)

- $\zeta_{\Delta_1|B_{L_0}}(s) = \zeta_{\Delta_1}(s) - \zeta_{\Delta_0}(2s)$
- $\int\limits_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da = \frac{\det'(\Delta_0)}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}} \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\zeta_{\Delta_0}(0) - \zeta_{\Delta_1}(0)\right)}$

A partíciós függvény τ-függése

$$Z(M,g,\tau) = \frac{\det'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}} \vartheta(\tau)^{b^+} \vartheta(-\overline{\tau})^{b^-} \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\zeta_{\Delta_0}(0) - \zeta_{\Delta_1}(0)\right)}$$

Lemma (Etesi, Nagy)

- $\zeta_{\Delta_1|B_{L_0}}(s) = \zeta_{\Delta_1}(s) - \zeta_{\Delta_0}(2s)$
- $\int\limits_{B_{L_0}} e^{-\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\langle a|\Delta_1 a\rangle} Da = \frac{\det'(\Delta_0)}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}} \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\zeta_{\Delta_0}(0)-\zeta_{\Delta_1}(0)\right)}$

A partíciós függvény τ-függése

$$Z(M,g,\tau) = \frac{\det'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}} \vartheta(\tau)^{b^+} \vartheta(-\overline{\tau})^{b^-} \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\zeta_{\Delta_0}(0)-\zeta_{\Delta_1}(0)\right)}$$

A partíciós függvény moduláris tulajdonságai

- $Z(M,g,\tau+2) = Z(M,g,\tau)$
- $Z(M,g,-1/\tau) = (\tau/\mathrm{i})^{\alpha_+}(\overline{\tau/\mathrm{i}})^{\alpha_-} Z(M,g,\tau)$
- A moduláris súlyok

$$\alpha_\pm = \frac{1}{2}\left(b^0 - b^1 \pm b^\pm - \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{120}\|R\|^2_{L^2} - \frac{87}{2880}\|r\|^2_{L^2} + \frac{1}{128}\|s\|^2_{L^2}\right)\right)$$

- Probléma: a Betti-számok nem állnak elő integrális alakban.
- Észrevétel: $b^0 - b^1 \pm b^\pm = \frac{1}{2}(\chi \pm \sigma)$ már integrális! (Witten)
- $S_{\text{korr.}}(\tau) := -\alpha_+ \ln(\vartheta(\tau)) - \alpha_- \ln(\vartheta(-\overline{\tau}))$ korrekcióval

$$\widetilde{S} = S + S_{\text{korr.}}$$

már S-duális elmélet! (Csatolni kell a gravitációt.)

A partíciós függvény moduláris tulajdonságai

- $Z(M,g,\tau+2) = Z(M,g,\tau)$
- $Z(M,g,-1/\tau) = (\tau/\mathbf{i})^{\alpha_+}(\overline{\tau/\mathbf{i}})^{\alpha_-} Z(M,g,\tau)$
- A moduláris súlyok

$$\alpha_\pm = \frac{1}{2}\left(b^0 - b^1 \pm b^\pm - \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{120}\|R\|^2_{L^2} - \frac{87}{2880}\|r\|^2_{L^2} + \frac{1}{128}\|s\|^2_{L^2}\right)\right)$$

- Probléma: a Betti-számok nem állnak elő integrális alakban.
- Észrevétel: $b^0 - b^1 \pm b^\pm = \frac{1}{2}(\chi \pm \sigma)$ már integrális! (Witten)
- $S_{\text{korr.}}(\tau) := -\alpha_+ \ln(\vartheta(\tau)) - \alpha_- \ln(\vartheta(-\overline{\tau}))$ korrekcióval

$$\widetilde{S} = S + S_{\text{korr.}}$$

már S-duális elmélet! (Csatolni kell a gravitációt.)

A partíciós függvény moduláris tulajdonságai

- $Z(M,g,\tau+2) = Z(M,g,\tau)$
- $Z(M,g,-1/\tau) = (\tau/\mathbf{i})^{\alpha_+}(\overline{\tau/\mathbf{i}})^{\alpha_-} Z(M,g,\tau)$
- A moduláris súlyok

$$\alpha_\pm = \frac{1}{2}\left(b^0 - b^1 \pm b^\pm - \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{120}\|R\|^2_{L^2} - \frac{87}{2880}\|r\|^2_{L^2} + \frac{1}{128}\|s\|^2_{L^2}\right)\right)$$

- Probléma: a Betti-számok nem állnak elő integrális alakban.
- Észrevétel: $b^0 - b^1 \pm b^\pm = \frac{1}{2}(\chi \pm \sigma)$ már integrális! (Witten)
- $S_{\text{korr.}}(\tau) := -\alpha_+ \ln(\vartheta(\tau)) - \alpha_- \ln(\vartheta(-\overline{\tau}))$ korrekcióval

$$\widetilde{S} = S + S_{\text{korr.}}$$

már S-duális elmélet! (Csatolni kell a gravitációt.)

A partíciós függvény moduláris tulajdonságai

- $Z(M,g,\tau+2)=Z(M,g,\tau)$
- $Z(M,g,-1/\tau)=(\tau/\mathbf{i})^{\alpha_+}(\overline{\tau/\mathbf{i}})^{\alpha_-}Z(M,g,\tau)$
- A moduláris súlyok

$$\alpha_\pm=\frac{1}{2}\left(b^0-b^1\pm b^\pm-\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{120}\|R\|^2_{L^2}-\frac{87}{2880}\|r\|^2_{L^2}+\frac{1}{128}\|s\|^2_{L^2}\right)\right)$$

- Probléma: a Betti-számok nem állnak elő integrális alakban.
- Észrevétel: $b^0-b^1\pm b^\pm=\frac{1}{2}(\chi\pm\sigma)$ már integrális! (Witten)
- $S_{\text{korr.}}(\tau):=-\alpha_+\ln(\vartheta(\tau))-\alpha_-\ln(\vartheta(-\overline{\tau}))$ korrekcióval

$$\widetilde{S}=S+S_{\text{korr.}}$$

már S-duális elmélet! (Csatolni kell a gravitációt.)

A partíciós függvény moduláris tulajdonságai

- $Z(M, g, \tau + 2) = Z(M, g, \tau)$
- $Z(M, g, -1/\tau) = (\tau/\mathbf{i})^{\alpha_+} (\overline{\tau/\mathbf{i}})^{\alpha_-} Z(M, g, \tau)$
- A moduláris súlyok

$$\alpha_\pm = \frac{1}{2}\left(b^0 - b^1 \pm b^\pm - \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{120}\|R\|^2_{L^2} - \frac{87}{2880}\|r\|^2_{L^2} + \frac{1}{128}\|s\|^2_{L^2}\right)\right)$$

- Probléma: a Betti-számok nem állnak elő integrális alakban.
- Észrevétel: $b^0 - b^1 \pm b^\pm = \frac{1}{2}(\chi \pm \sigma)$ már integrális! (Witten)
- $S_{\text{korr.}}(\tau) := -\alpha_+ \ln(\vartheta(\tau)) - \alpha_- \ln(\vartheta(-\overline{\tau}))$ korrekcióval

$$\widetilde{S} = S + S_{\text{korr.}}$$

már S-duális elmélet! (Csatolni kell a gravitációt.)

A partíciós függvény moduláris tulajdonságai

- $Z(M,g,\tau+2) = Z(M,g,\tau)$
- $Z(M,g,-1/\tau) = (\tau/\mathbf{i})^{\alpha_+}(\overline{\tau/\mathbf{i}})^{\alpha_-} Z(M,g,\tau)$
- A moduláris súlyok

$$\alpha_\pm = \frac{1}{2}\left(b^0 - b^1 \pm b^\pm - \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{120}\|R\|^2_{L^2} - \frac{87}{2880}\|r\|^2_{L^2} + \frac{1}{128}\|s\|^2_{L^2}\right)\right)$$

- Probléma: a Betti-számok nem állnak elő integrális alakban.
- Észrevétel: $b^0 - b^1 \pm b^\pm = \frac{1}{2}(\chi \pm \sigma)$ már integrális! (Witten)
- $S_{\text{korr.}}(\tau) := -\alpha_+ \ln(\vartheta(\tau)) - \alpha_- \ln(\vartheta(-\overline{\tau}))$ korrekcióval

$$\widetilde{S} = S + S_{\text{korr.}}$$

már S-duális elmélet! (Csatolni kell a gravitációt.)

Tetszőleges zárt sokaság

- $\pi_1(M) \neq \{1\} \Rightarrow H_1(M;\mathbb{Z})$ nem feltétlen triviális.
- Megjelenhetnek nem triviális lapos megoldások.
- Csak egy τ-független szorzó az eltérés a partíciós függvényben.

- $\pi_1(M) \neq \{1\} \Rightarrow H_1(M;\mathbb{Z})$ nem feltétlen triviális.
- Megjelenhetnek nem triviális lapos megoldások.
- Csak egy τ-független szorzó az eltérés a partíciós függvényben.

- $\pi_1(M) \neq \{1\} \Rightarrow H_1(M;\mathbb{Z})$ nem feltétlen triviális.
- Megjelenhetnek nem triviális lapos megoldások.
- Csak egy τ-független szorzó az eltérés a partíciós függvényben.

- Az *aszimptotikusan lokálisan euklideszi (ALE)* eset ismert (Vafa–Witten).
- Minket az eddig nem vizsgált *aszimptotikusan lokálisan lapos (ALF)* eset érdekel (fizikailag jelentős: Schwarzschild, Kerr, multi-Taub-NUT...)
- 1. probléma: nem topologikus megoldások.
- 2. probléma: $\mathrm{Spec}(\Delta_k)$ nem diszkrét.
- Nem lezárt probléma.
- **G. Etesi, Á. Nagy:** *S-duality in Abelian gauge theory revisited :* A 1-Taub-NUT sokaság partíciós függvénye

$$Z(M_V, g_V, \tau) = \frac{\det'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}} \vartheta(-\overline{\tau}) \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{30}}$$

- Az *aszimptotikusan lokálisan euklideszi (ALE)* eset ismert (Vafa–Witten).
- Minket az eddig nem vizsgált *aszimptotikusan lokálisan lapos (ALF)* eset érdekel (fizikailag jelentős: Schwarzschild, Kerr, multi-Taub-NUT...)
- 1. probléma: nem topologikus megoldások.
- 2. probléma: $\mathrm{Spec}(\Delta_k)$ nem diszkrét.
- Nem lezárt probléma.
- **G. Etesi, Á. Nagy:** *S-duality in Abelian gauge theory revisited :* A 1-Taub-NUT sokaság partíciós függvénye

$$Z(M_V, g_V, \tau) = \frac{\det'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}} \vartheta(-\overline{\tau}) \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{30}}$$

- Az *aszimptotikusan lokálisan euklideszi (ALE)* eset ismert (Vafa–Witten).
- Minket az eddig nem vizsgált *aszimptotikusan lokálisan lapos (ALF)* eset érdekel (fizikailag jelentős: Schwarzschild, Kerr, multi-Taub-NUT...)
- 1. probléma: nem topologikus megoldások.
- 2. probléma: Spec(Δ_k) nem diszkrét.
- Nem lezárt probléma.
- **G. Etesi, Á. Nagy:** *S-duality in Abelian gauge theory revisited :* A 1-Taub-NUT sokaság partíciós függvénye

$$Z(M_V, g_V, \tau) = \frac{\det'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}}\vartheta(-\overline{\tau})\left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{30}}$$

- Az *aszimptotikusan lokálisan euklideszi (ALE)* eset ismert (Vafa–Witten).
- Minket az eddig nem vizsgált *aszimptotikusan lokálisan lapos (ALF)* eset érdekel (fizikailag jelentős: Schwarzschild, Kerr, multi-Taub-NUT...)
- 1. probléma: nem topologikus megoldások.
- 2. probléma: $\mathrm{Spec}(\Delta_k)$ nem diszkrét.
- Nem lezárt probléma.
- **G. Etesi, Á. Nagy:** *S-duality in Abelian gauge theory revisited* : A 1-Taub-NUT sokaság partíciós függvénye

$$Z(M_V, g_V, \tau) = \frac{\det'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}}\vartheta(-\overline{\tau})\left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{30}}$$

- Az *aszimptotikusan lokálisan euklideszi (ALE)* eset ismert (Vafa–Witten).
- Minket az eddig nem vizsgált *aszimptotikusan lokálisan lapos (ALF)* eset érdekel (fizikailag jelentős: Schwarzschild, Kerr, multi-Taub-NUT...)
- 1. probléma: nem topologikus megoldások.
- 2. probléma: Spec(Δ_k) nem diszkrét.
- Nem lezárt probléma.
- **G. Etesi, Á. Nagy:** *S-duality in Abelian gauge theory revisited* :
  A 1-Taub-NUT sokaság partíciós függvénye

$$Z(M_V, g_V, \tau) = \frac{\det'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}}\vartheta(-\overline{\tau})\left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{30}}$$

- Az *aszimptotikusan lokálisan euklideszi (ALE)* eset ismert (Vafa–Witten).
- Minket az eddig nem vizsgált *aszimptotikusan lokálisan lapos (ALF)* eset érdekel (fizikailag jelentős: Schwarzschild, Kerr, multi-Taub-NUT...)
- 1. probléma: nem topologikus megoldások.
- 2. probléma: $\mathrm{Spec}(\Delta_k)$ nem diszkrét.
- Nem lezárt probléma.
- **G. Etesi, Á. Nagy:** *S-duality in Abelian gauge theory revisited* :

A 1-Taub-NUT sokaság partíciós függvénye

$$Z(M_V, g_V, \tau) = \frac{\det{}'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det{}'(\Delta_1)}} \vartheta(-\overline{\tau}) \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{30}}$$

- Az *aszimptotikusan lokálisan euklideszi (ALE)* eset ismert (Vafa–Witten).
- Minket az eddig nem vizsgált *aszimptotikusan lokálisan lapos (ALF)* eset érdekel (fizikailag jelentős: Schwarzschild, Kerr, multi-Taub-NUT...)
- 1. probléma: nem topologikus megoldások.
- 2. probléma: $\mathrm{Spec}(\Delta_k)$ nem diszkrét.
- Nem lezárt probléma.
- **G. Etesi, Á. Nagy:** *S-duality in Abelian gauge theory revisited* :
  A 1-Taub-NUT sokaság partíciós függvénye

$$Z(M_V, g_V, \tau) = \frac{\det'(\Delta_0)^2}{\sqrt{\det'(\Delta_1)}} \vartheta(-\overline{\tau}) \left(\frac{\mathrm{Im}(\tau)}{8\pi^2}\right)^{\frac{1}{30}}$$

Köszönöm a figyelmet!